



Sammanfattningar av Matematik XYZ

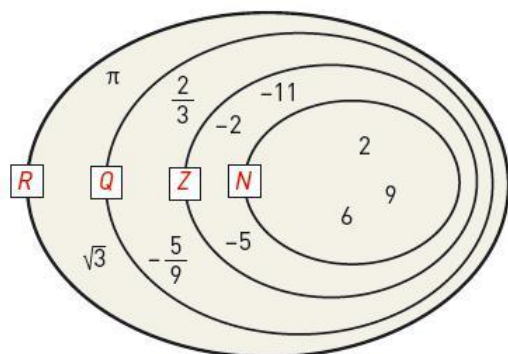
Här finns sammanfattningar på varje del i det centrala innehållet kopplat till Matematik XYZ.

Innehållsförteckning

Taluppfattning och tals användning	3
Algebra	9
Geometri	13
Samband och förändring	17
Sannolikhet och statistik	21

Taluppfattning och tals användning

Talmängder



N = naturliga tal

Z = hela tal

Q = rationella tal

R = reella tal

Avrundning

Om siffran efter *avrundningssiffran* är 0, 1, 2, 3 eller 4 avrundar man nedåt, till exempel $12,43 \approx 12,4$. Avrundningssiffran ändras inte.

Om siffran efter *avrundningssiffran* är 5, 6, 7, 8 eller 9 avrundar man uppåt, till exempel $12,47 \approx 12,5$. Avrundningssiffran ökas med 1.

Tal	Önskad avrundning	Avrundningssiffra	Närmevärde
17,8	Till heltal	7	18
743	Till tiotal	4	740
7,64	Till tiondelar	6	7,6
1,837	Till hundradelar	3	1,84
0,398 512	Till tiondelar	3	0,4
1,184 367	Till tusendelar	4	1,184

Addition och subtraktion med hela tal

$$2 - 5 = -3$$

$$-2 - 5 = -7$$

$$3 + (-8) = 3 - 8 = -5$$

$$(-3) + (-8) = -3 - 8 = -11$$

$$3 - (-8) = 3 + 8 = 11$$

$$(-3) - (-8) = -3 + 8 = 5$$

Multiplikation och division med hela tal

$$3 \cdot (-6) = -18$$

$$(-3) \cdot (-6) = 18$$

$$\frac{-12}{2} = -6$$

$$\frac{12}{-2} = -6$$

$$\frac{-12}{-2} = 6$$

Bråkform – blandad form

Exempel på tal i *bråkform* är $\frac{3}{5}$. De båda talen kallas *täljare* och *nämnare*. I

det här fallet är täljaren 3 och nämnaren 5.

Ett bråk som är större än 1 kan skrivas i *blandad form*.

$$\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

Decimalform

Ett tal i bråkform kan skrivas i *decimalform* genom att täljaren divideras med nämnaren.

$$\frac{3}{4} = 0,75 \quad \frac{11}{25} = 0,44 \quad 2\frac{1}{5} = 2,2 \quad \frac{7}{13} = 0,538\ 461\dots$$

Minsta gemensamma nämnare

För att kunna jämföra storleken av bråken $\frac{3}{8}$ och $\frac{5}{12}$, kan vi skriva bråken med samma nämnare. Den nämnare vi väljer är 24, vilket är den *minsta gemensamma nämnaren* (MGN). Vi förlänger $\frac{3}{8}$ med 3 och får då $\frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{9}{24}$. Vi förlänger $\frac{5}{12}$ med 2 och får då $\frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{10}{24}$. Alltså är $\frac{5}{12}$ ett större tal än $\frac{3}{8}$.

Addition och subtraktion av bråk

När man adderar och subtraherar bråk med olika nämnare, måste man först skriva bråken med samma nämnare (MGN).

$$\frac{5}{9} + \frac{2}{3} = \frac{5}{9} + \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{5}{9} + \frac{6}{9} = \frac{11}{9} = 1\frac{2}{9}$$

MGN: 9

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} - \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$$

Multiplikation av bråk

När man multiplicerar två bråk, så multiplicerar man täljarna för sig och nämnarna för sig.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 5} = \frac{3}{10}$$

Om den ena faktorn är ett heltal kan man göra så här:

$$2 \cdot \frac{3}{8} = \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{8} = \frac{2 \cdot 3}{1 \cdot 8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

Division av heltal med bråk

$$2 \div \frac{1}{3} = \frac{6}{3} \div \frac{1}{3} = 6$$

Division av bråk med heltal

$$\frac{3}{5} \div 2 = \frac{3}{5} \div \frac{10}{5} = \frac{3 \text{ femtedelar}}{10 \text{ femtedelar}} = \frac{3}{10}$$

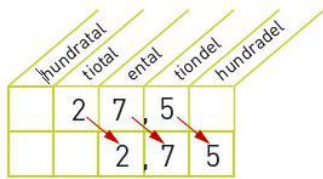
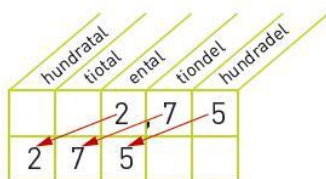
Division av bråk med bråk

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{8} = \frac{6}{8} \div \frac{5}{8} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

Multiplikation och division med 10, 100 och 1 000

a) $2,75 \cdot 100 = 275$

b) $27,5 \div 10 = 2,75$



Multiplikation med små och stora tal

$$0,7 \cdot 0,03 = 7 \cdot 0,003 = 0,021$$

Vi gör den första faktorn
10 gånger större och den
andra 10 gånger mindre.

$$6\,000 \cdot 0,08 = 60 \cdot 8 = 480$$

Vi gör den första faktorn 100
gånger mindre och den andra
100 gånger större.

Division med stora och små tal

När man ska dividera med tal som slutar på en eller flera nollor kan man
förkorta med 10, 100 eller 1 000.

$$\frac{39}{100} = \frac{39/100}{300/100} = \frac{0,39}{3} = 0,13$$

$$\frac{12,5}{50} = \frac{12,5/10}{50/10} = \frac{1,25}{5} = 0,25$$

När man ska dividera med tal i decimalform kan man *förlänga* med
10, 100 eller 1 000.

$$\frac{7}{0,2} = \frac{7 \cdot 10}{0,2 \cdot 10} = \frac{70}{2} = 35$$

$$\frac{2,4}{0,06} = \frac{2,4 \cdot 100}{0,06 \cdot 100} = \frac{240}{6} = 40$$

Potens

potens $\{8^2$
 exponent
 bas

$$8^2 = 8 \cdot 8 = 64$$

$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$$

$$(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$$

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

Tiopotens

Potenser med basen 10 kallas *tiopotenser*.

$$10^3 = 1\,000 \quad 10^{-2} = \frac{1}{10^2} = 0,01$$

Grundpotensform

Stora och små tal kan skrivas i *grundpotensform*.

$$47\,000 = 4,7 \cdot 10\,000 = 4,7 \cdot 10^4$$

$$0,0065 = 6,5 \cdot 0,001 = 6,5 \cdot 10^{-3}$$

Multiplikation av potenser

När man multiplicerar potenser med samma bas, adderar man exponenterna.

$$10^3 \cdot 10^4 = 10^{3+4} = 10^7$$

$$5^{-6} \cdot 5^2 = 5^{-6+2} = 5^{-4}$$

$$5 \cdot 10^3 \cdot 7 \cdot 10^2 = 5 \cdot 7 \cdot 10^3 \cdot 10^2 = 3,5 \cdot 10^5 = 3,5 \cdot 10^6$$

Division av potenser

När man dividerar potenser med samma bas, subtraherar man exponenterna.

$$\frac{10^8}{10^3} = 10^{8-3} = 10^5$$

$$\frac{2^3}{2^6} = 2^{3-6} = 2^{-3}$$

$$\frac{9 \cdot 10^3}{1,5 \cdot 10^5} = \frac{9}{1,5} \cdot \frac{10^3}{10^5} = 6 \cdot 10^{-2}$$

Prefix

Tiopotens	Namn	Beteckning	Exempel
10^{12}	tera	T	1 terawatt = $1 \cdot 10^{12}$ W = 1 TW
10^9	giga	G	1 gigabyte = $1 \cdot 10^9$ B = 1 GB
10^6	mega	M	1 megavolt = $1 \cdot 10^6$ V = 1 MV
10^3	kilo	k	1 kilometer = $1 \cdot 10^3$ m = 1 km
10^2	hekto	h	1 hektogram = $1 \cdot 10^2$ g = 1 hg
10^{-1}	deci	d	1 deciliter = $1 \cdot 10^{-1}$ liter = 1 dl
10^{-2}	centi	c	1 centimeter = $1 \cdot 10^{-2}$ m = 1 cm
10^{-3}	milli	m	1 milliliter = $1 \cdot 10^{-3}$ liter = 1 ml
10^{-6}	mikro	μ	1 mikrosekund = $1 \cdot 10^{-6}$ s = 1 μs
10^{-9}	nano	n	1 nanometer = $1 \cdot 10^{-9}$ m = 1 nm

Proportion

På bilden ser du 2 tiokronor och 6 femkronor. *Proportionen* mellan antalet tiokronor och femkronor är $\frac{2}{6}$. Om vi förkortar bråket med 2 får vi $\frac{1}{3}$. Vi har då skrivit proportionen i *enklaste form*.

Ett annat sätt att skriva proportionen mellan antalet tiokronor och femkronor är 1 : 3. Vi säger att proportionen är "ett till tre". Ett annat sätt att uttrycka det är att säga att antalet tiokronor *förhåller sig* till antalet femkronor som 1 : 3.

Vi kan också kasta om ordningen och säga att proportionen mellan antalet femkronor och tiokronor är $\frac{6}{2} = \frac{3}{1} = 3 : 1$.



Kvadratroten

Eftersom $6 \cdot 6 = 36$ så är *kvadratroten* ur 36 lika med 6. Det skrivs så här $\sqrt{36} = 6$.

Talet 5 är inget kvadrattal. Roten ur 5 kan därför inte uttryckas exakt utan endast anges med ett *närmevärde* $\sqrt{5} \approx 2,33$.

Multiplikation av kvadratrötter

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

Exempel

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 12} = \sqrt{36} = 6$$

Division av kvadratrötter

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Exempel

$$\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{98}{2}} = \sqrt{49} = 7$$

Algebra

Algebraiskt uttryck

Ett exempel på *algebraiskt uttryck* är $4x + 5$. I ett algebraiskt uttryck kan *variabeln* stå för många olika tal.

Värdet av ett uttryck

Om vi i uttrycket $4x + 5$ ersätter x med 3 så får vi $4 \cdot 3 + 5 = 17$. Ersätter vi x med 10 får vi $4 \cdot 10 + 5 = 45$. Vi har då beräknat *uttryckets värde* för $x = 3$ och $x = 10$.

Exempel

Beräkna värdet av uttrycket $7x - 5y$ för $x = 4$ och $y = 3$.

Värdet: $7 \cdot 4 - 5 \cdot 3 = 28 - 15 = 13$

Svar: Värdet är 13.

Förenkling av uttryck

Ett uttryck kan ofta *förenklas*. Det innebär att termer av samma sort slås samman till en term. Ett exempel är uttrycket $3a + b - 2a + 4b$ som kan förenklas till $a + 5b$.

Uttryck med parenteser

Om ett uttryck innehåller en eller flera parenteser gäller följande regler:

Ett plustecken framför parentesen innebär att parentesen utan vidare kan tas bort.

$$a + (b + c) = a + b + c \quad a + (b - c) = a + b - c$$

Ett minustecken framför parentesen innebär att tecknen inuti parentesen ska ändras när parentesen tas bort.

$$a - (b + c) = a - b - c \quad a - (b - c) = a - b + c$$

Multiplikation av en parentes

Om man ska multiplicera en faktor med en parentes ska alla termer i parentesen multipliceras med faktorn.

$$a(b + c) = a(b + c) = ab + ac$$

Exempel

Förenkla uttrycket $2x(x + y) - y(4x + 3y) - x^2$.

$$\begin{aligned} 2x(x + y) - y(4x + 3y) - x^2 &= \\ &= (2x^2 + 2xy) - (4xy + 3y^2) - x^2 = \\ &= 2x^2 + 2xy - 4xy - 3y^2 - x^2 = \\ &= 2x^2 - x^2 + 2xy - 4xy - 3y^2 = \\ &= x^2 - 2xy - 3y^2 \end{aligned}$$

Svar: $x^2 - 2xy - 3y^2$

Multiplikation av parenteser

När man ska multiplicera två parenteser med varandra gör man så här:

$$(a + b)(c + d) = (a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$(a + b)(c - d) = (a + b)(c - d) = ac - ad + bc - bd$$

$$(a - b)(c + d) = (a - b)(c + d) = ac + ad - bc - bd$$

$$(a - b)(c - d) = (a - b)(c - d) = ac - ad - bc + bd$$

Mönster

Talföljden 5 9 13 17 21... är ett exempel på ett *mönster*.

Om vi vill teckna ett uttryck för det n :e talet tittar vi på *differensen*, som i det här fallet är 4.

Det betyder att *variabeltermen* i uttrycket är $4n$.

Om vi sätter $n = 1$ så är $4n$ lika med $4 \cdot 1 = 4$.

För att få den första termen i uttrycket för det n :e talet adderar vi med 1.

Det betyder att *siffertermen* i uttrycket är 1.

Uttrycket för det n :e talet är $4n + 1$.

Om vi till exempel vill räkna ut det 100:e talet i talföljden, sätter vi $n = 100$ och får då att det 100:e talet är $4 \cdot 100 + 1 = 401$.

Ekvationer

En *ekvation* är en likhet som innehåller ett *obekant tal*. I en ekvation är *vänster led* (V.L.) lika med *höger led* (H.L.). Man säger att ekvationen är *löst* när man räknat fram det tal som gör att vänster led är lika med höger led. En ekvation kan lösas med olika metoder. En sådan är *balansmetoden*.

Exempel

Lös ekvationen $8x + 14 = 62$.

$$8x + 14 = 62$$

$$8x + 14 - 14 = 62 - 14$$

$$8x = 48$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{48}{8}$$

$$x = 6$$

Svar: $x = 6$

Prövning av ekvationer

Du kan alltid pröva om du löst en ekvation rätt. Sätt in ditt svar istället för det obekanta talet i ekvationen. Om du då får samma värde i vänster led och höger led, har du löst ekvationen rätt.

Exempel

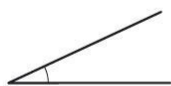
Pröva om $y = 4$ är lösning till ekvationen $5y - 11 = 2y + 1$.

$$\text{V.L.} = 5 \cdot 4 - 11 = 9 \quad \text{H.L.} = 2 \cdot 4 + 1 = 9 \quad \text{V.L.} = \text{H.L.}$$

Svar: $y = 4$ är lösning till ekvationen.

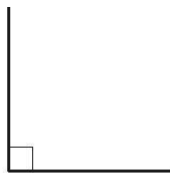
Geometri

Vinklar



spetsig vinkel

En *spetsig vinkel* är mindre än 90° .



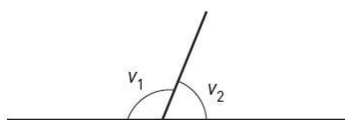
rät vinkel

En *rät vinkel* är 90° .



trubbig vinkel

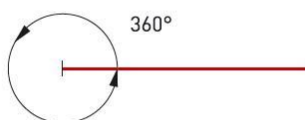
En *trubbig vinkel* är större än 90° men mindre än 180° .



Sidovinklar är tillsammans 180° .



Ett halvt varv motsvarar en vinkel på 180° .



Ett helt varv är 360° .

Vinkelsumma

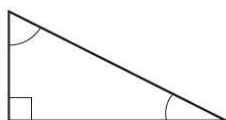
I trianglar är vinkelsumman 180° .



I fyrhörningar är vinkelsumman 360° .

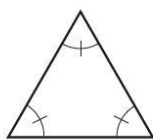


Trianglar



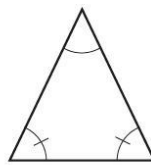
Rätvinklig triangel

I en *rätvinklig triangel* är en vinkel rät, det vill säga 90° .



Liksidig triangel

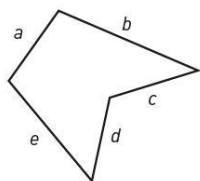
I en *liksidig triangel* är alla sidor lika långa och alla vinklar lika stora, 60° .



Likbent triangel

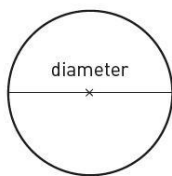
I en *likbent triangel* är två sidor lika långa. Två vinklar är då lika stora.

Omkrets



Omkretsen av en månghörning får man genom att addera sidornas längder.

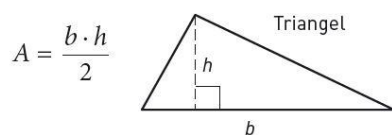
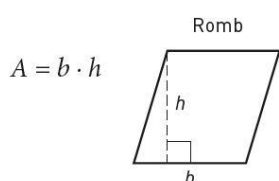
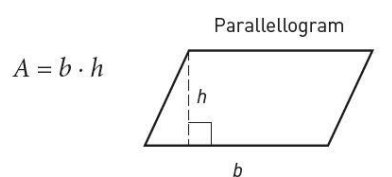
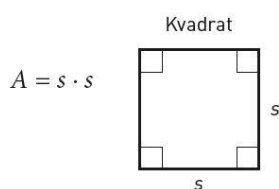
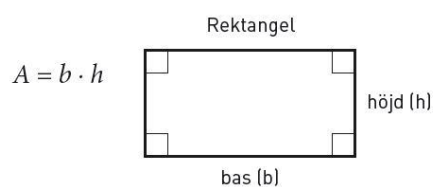
$$O = a + b + c + d + e$$



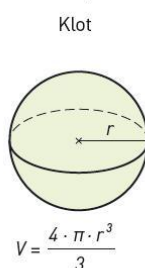
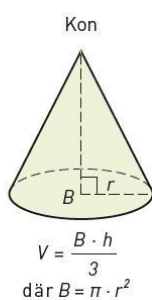
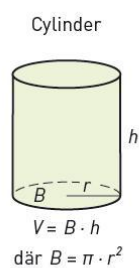
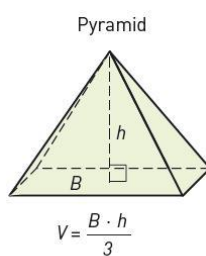
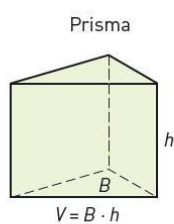
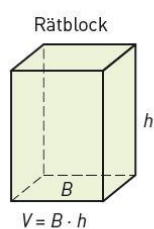
Omkretsen av en cirkel får man genom att multiplicera diametern med π .

$$O = \pi \cdot d$$

Area



Volym



Enheter för volym

$$1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ cm}^3 = 1\,000 \text{ mm}^3$$

$$1 \text{ liter} = 10 \text{ dl} = 100 \text{ cl} = 1\,000 \text{ ml}$$

$$1 \text{ dl} = 10 \text{ cl} = 100 \text{ ml}$$

$$1 \text{ cl} = 10 \text{ ml}$$

$$1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ liter}$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ liter}$$

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$$

Använd dessa samband när du ska omvandla mellan de två olika sätten att ange volym.

Skala

Om en karta är ritad i skala 1:10 000, innebär det att 1 cm på kartan motsvarar 10 000 cm i verkligheten. Kartan är en *förminskning* av verkligheten.

Om en avbildning är gjord i skala 10:1 innebär det att 10 cm på bilden motsvarar 1 cm i verkligheten. Bilden är en *förstoring* av verkligheten.

Längdskala, areaskala, volymskala

Om man skriver *skala* så menar man alltid *längdskalan* dvs hur mycket längre eller kortare en sträcka är i verkligheten än på bilden (kartan).

$$\text{Längdskalan} = \frac{\text{längden på bilden}}{\text{arean i verkligheten}}$$

Om man jämför en area av en bild och motsvarande area i verkligheten talar vi om *areaskala*.

$$\text{areaskalan} = \frac{\text{arean av bilden}}{\text{arean i verkligheten}}$$

Mellan längdskala och areaskala finns sambandet:

$$\text{areaskalan} = (\text{längdskalan})^2$$

Om t ex längdskalan är 1 : 100 så är areaskalan $(1^2 : 100^2) = 1 : 10\,000$. Arealen är i det fallet i verkligheten 10 000 ggr så stor som på bilden.

Med *volymskala* menas:

$$\text{volymskalan} = \frac{\text{volymen av bilden}}{\text{volymen i verkligheten}}$$

Mellan längdskala och volymskala finns sambandet:

$$\text{volymskalan} = (\text{längdskalan})^3$$

Likformighet

Om två figurer är *likformiga* är proportionen mellan motsvarande sträckor densamma.

Exempel

De båda trianglarna är likformiga. Hur lång är den sida som på bilden är x cm?

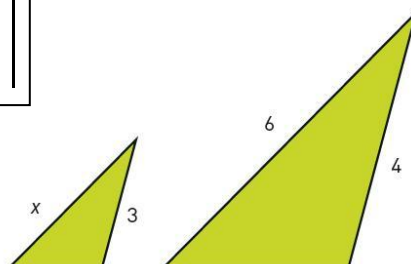
$$\frac{x}{6} = \frac{3}{4}$$

$$4 \cdot x = 6 \cdot 3$$

$$4x = 18$$

$$x = 4,5$$

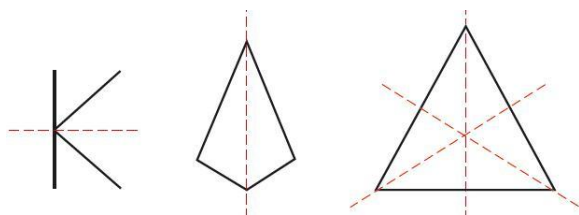
Vi löser ekvationen med
korsmultiplikation.



Svar: Sidan är 4,5 cm.

Speglingssymmetri

Om en figur har en eller flera *symmetrilinjer* har den *spegelsymmetri*. I figurerna nedan är symmetrilinjerna streckade.



Rotationssymmetri

Om figurerna nedan roterar 180° respektive 90° så återkommer samma figur. Figurerna sägs *ha rotationssymmetri*.

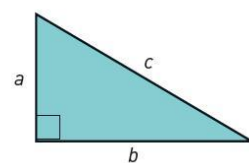
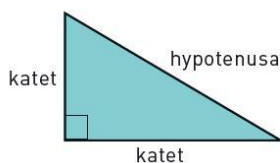


Pythagoras sats

I en rätvinklig triangel är summan av kvadraterna på *kateternas* längder lika med kvadraten på *hypotenusans* längd. Sambandet kallas *Pythagoras sats*.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Omvänt gäller att en triangel är rätvinklig om kvadraten på en sidas längd plus kvadraten på en annan sidas längd är lika med kvadraten på den tredje sidans längd.



Samband och förändring

Andel

Om vi vill räkna ut hur stor en *andel* är skriver vi ett bråk med *delen* i täljaren och *det hela* i nämnaren. En andel kan anges i *bråkform*, *decimalform* och *procentform*.

$$\text{andelen} = \frac{\text{delen}}{\text{det hela}}$$

Exempel

Hur stor andel är 12 kr av 25 kr?

$$\text{Andel: } \frac{12}{25} = \frac{12 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{48}{100} = 0,48 = 48 \%$$

Svar: Andelen är 48 %.

Procent

Ordet *procent* betyder hundradel.

$$1 \% = \frac{1}{100} = 0,01$$

Bråkform, decimalform och procentform

$$100 \% = 1$$

$$50 \% = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$25 \% = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$20 \% = \frac{1}{5} = 0,2$$

$$10 \% = \frac{1}{10} = 0,1$$

Procent – procentenheter

En ökning från 2,5 % till 3,5 % innebär en ökning med *en procentenhet*. Ökningen i procent är:

$$\frac{\text{delen}}{\text{det hela}} = \frac{\text{ökningen}}{\text{det ursprungliga värdet}} = \frac{1}{2,5} = 0,4 = 40\%$$

Ränta

Om du sätter in pengar på ett konto, får du *ränta* av banken. Hur stor räntan är beror på tre saker:

- *kapitalet*, det vill säga hur mycket pengar du satt in på kontot
- *räntesatsen*, som anges i procent
- *tiden*, det vill säga hur lång tid du har dina pengar insatta på kontot

Om tiden är 1 år så är:

$$\text{räntan} = \text{räntesatsen} \cdot \text{kapitalet}$$

Förändringsfaktor

Antag att en cykel kostar 3 500 kr. Om priset sänks med 20 % så får man betala 80 % (0,8) av det gamla priset. Det nya priset får vi genom att multiplicera *förändringsfaktorn* med det ursprungliga priset.

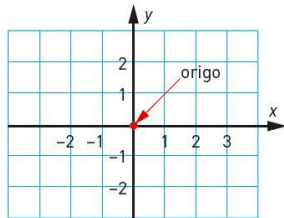
$$\text{nya värdet} = \text{förändringsfaktorn} \cdot \text{gamla värdet}$$

Det nya priset blir alltså $0,8 \cdot 3\,500 \text{ kr} = 2\,800 \text{ kr}$.

Vid en höjning av en hyra med till exempel 5 % får vi den nya hyran genom att multiplicera förändringsfaktorn 1,05 med den gamla hyran. Om den gamla hyran var 4 800 kr så blir den nya $1,05 \cdot 4\,800 \text{ kr} = 5\,040 \text{ kr}$.

Koordinatsystem

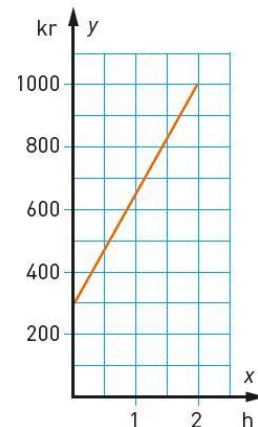
Ett *koordinatsystem* består av två tallinjer som skär varandra. De båda tallinjerna, *koordinataxlarna*, kallas *x-axel* och *y-axel*. Den punkt där *x-axel* och *y-axel* skär varandra kallas *origo*.



Funktion

En *funktion* är ett samband mellan olika *variabler*. Till exempel är kostnaden för att anlita en elektriker en *funktion* av antalet timmar som elektrikern arbetar.

En funktion kan avbildas som en *graf*. I exemplet med elektrikern är grafen rät. Det är en *linjär funktion*.



Linjära funktioner

En funktion skrivs ofta som en *formel*, till exempel så här:

$$y = 2x - 1$$

I den formeln kan vi sätta in olika värden på *x* och räkna ut motsvarande värden på *y*. Om vi till exempel sätter $x = -3$ så är $y = 2 \cdot (-3) - 1 = -6 - 1 = -7$.

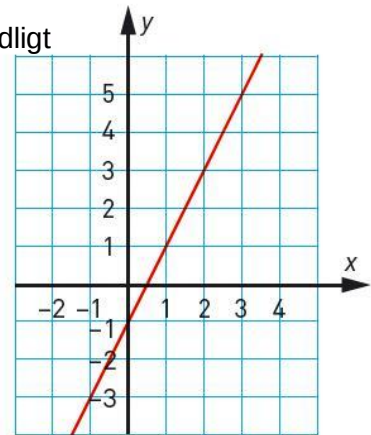
Eftersom vi kan sätta in oändligt många värden på *x* finns det oändligt många värden på *y*. Alla punkter ligger på en rät linje.

Allmänt skrivs en linjär funktion $y = kx + m$. Här är *k* och *m* *konstanter*, alltså bestämda tal, till skillnad från *x* och *y* som är *variabler*.

Den allmänna formeln för linjära funktioner kallas ibland för *räta linjens ekvation*.

Funktionen $y = 2x - 1$ har $k = 2$ och $m = -1$.

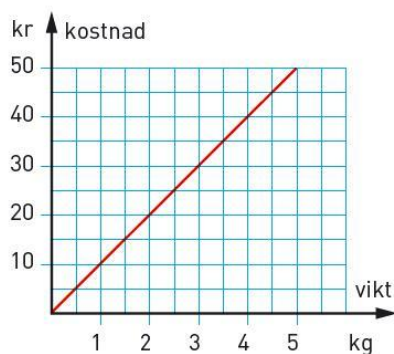
Om linjen lutar upp åt höger är den *stigande* och om den lutar ned åt höger är den *fallande*. Stigande linjer har ett positivt *k*-värde och fallande linjer ett negativt *k*-värde.



Proportionalitet

Om du köper till exempel äpplen så är kostnaden *proportionell* mot antalet kilogram. Det innebär att du får betala lika mycket för varje kilogram oavsett hur många kilogram du köper.

Grafen till en *proportionalitet* går alltid genom origo eller börjar i origo.



Sannolikhet och statistik

Sannolikhet

Sannolikheten (P) för en händelse kan anges i bråkform, decimalform och procentform.

$$\text{Sannolikheten för en händelse} = \frac{\text{antalet gynnsamma utfall}}{\text{antalet möjliga utfall}}$$

Summan av sannolikheterna för alla möjliga utfall är lika med 1 eller 100 %.

Likformig sannolikhetsfördelning

När man kastar en tärning är sannolikheten lika stor för alla utfall. Man säger att det är en *likformig sannolikhetsfördelning*.

Olikformig sannolikhetsfördelning

När man kastar ett häftstift är sannolikheten inte lika stor att häftstiftet hamnar med spetsen nedåt som att det hamnar med spetsen uppåt. Man säger att det är en *olikformig sannolikhetsfördelning*.

Sannolikhet i flera steg

Sannolikheten för två, eller flera, händelser efter varandra, får man genom att multiplicera sannolikheten för den ena händelsen med sannolikheten för den andra. Om du till exempel kastar tärning två gånger är sannolikheten att du ska få två treor:

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

Oberoende och beroende händelser

Om du kastar två tärningar så är inte resultatet på den ena tärningen beroende av resultatet på den andra. Vi säger att händelserna är *oberoende* av varandra.

Om du ur en påse med 3 svarta och 2 gröna kulor tar upp först en kula och sen en kula till, så är sannolikheten för färgen på den andra kulan beroende av färgen på den första. Vi talar då om händelser som är *beroende* av varandra.

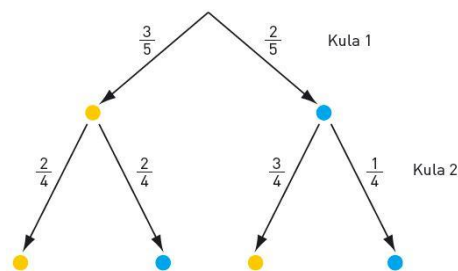
Med eller utan återläggning

När vi ur en skål tar en kula, lägger tillbaka den och sen tar en kula till, kallas det för *dragning med återläggning*. Dragning med återläggning är oberoende händelser.

Om vi tar upp en kula och sen en till utan att lägga tillbaka den första, kallas det för *dragning utan återläggning*. Dragning utan återläggning är beroende händelser.

Träddiagram

Händelser i flera steg kan åskådliggöras i ett *träddiagram*.



Komplementhändelse

När man kastar en vanlig tärning är sannolikheten $\frac{1}{6}$ att det blir en 6:a.

Sannolikheten för att det inte blir en 6:a är $\frac{5}{6}$. Händelsen "inte 6:a" kallas

för *komplementhändelsen* till händelsen "6:a".

Summan av en händelse och dess komplementhändelse är 1 eller 100 %.

Kombinatorik

Den matematik som handlar om att beräkna antalet möjliga kombinationer kallas för *kombinatorik*.

Antag att vi vill räkna ut hur många fyrsiffriga tal vi kan bilda med siffrorna 1–4.

Om de fyra siffrorna får förekomma mer än en gång så blir antalet kombinationer

$$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256.$$

Om varje siffra bara får förekomma en gång blir antalet kombinationer $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$.

Frekvens och relativ frekvens

Ett statistiskt material kan åskådliggöras i en *frekvenstabell*. I en sådan kan man avläsa *frekvensen* och den *relativa frekvensen*. Den relativa frekvensen anges ofta i procentform.

Betyg x	Frekvens f	Relativ frekvens f/n
1	1	$1/20 = 5\%$
2	3	$3/20 = 15\%$
3	5	$5/20 = 25\%$
4	8	$8/20 = 40\%$
5	3	$3/20 = 15\%$
$n = 20$		$\Sigma: a = 100\%$

Lägesmått

En undersökning gav följande resultat:

1 4 1 4 7 4 9 2 3 2

Typvärdet är det värde som förekommer flest gånger i en undersökning.

1 4 1 4 7 4 9 2 3 2 ger typvärdet 4

Medelvärde får vi om vi adderar alla värden och sen dividerar med antalet värden.

$$\frac{1+4+1+4+7+4+9+2+3+2}{10} = \frac{37}{10} = 3,7$$

Medianen är det mellersta talet efter att talen skrivits i storleksordning. Om det är ett jämnt antal tal, får man medianen genom att beräkna medelvärdet av de två tal som står i mitten.

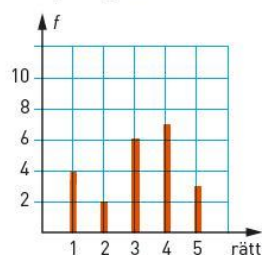
1 1 2 2 3 4 4 4 7 9 ger medianen $\frac{3+4}{2} = 3,5$

Variationsbredd

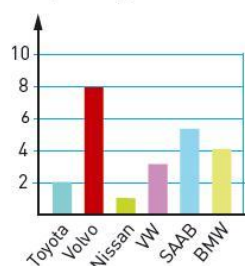
Differensen mellan det största och det minsta värdet i en undersökning kallas *variationsbredd*.

Diagram

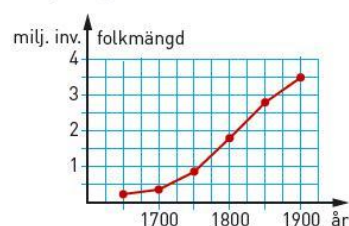
Stolpdiagram



Stapeldiagram



Linjediagram



Cirkeldiagram

I ett *cirkeldiagram* motsvaras det hela av hela cirkeln och andelarna av *cirkelsektorer*. Varje procent i en andel motsvarar en *medelpunktsvinkel* som är $360^\circ / 100 = 3,6^\circ$.

